数学科総論

テーマ　「追究し発信する力を育成するための教科指導のあり方」

1　テーマ設定の理由

『豊かな学びで個を育む』(「豊かな学び」とは、「個性を拓く学び」、「社会につなぐ学び」、「世界と結ぶ学び」である）を研究主題に掲げ、昨年度より研究を始めた。数学科では、「個性を拓く学び」とは、「学ぶ意欲」「知識や技能の習得」「主体的な考え」「自己の表現」「学び合い、高め合い」と考え、「社会につなぐ学び」を、日常の具体的な事象の考察に数学的な考え方を利用する学びと考えている。

科学技術の発展が人類にとっての豊かな未来を築く原動力であるという認識のもと、人間の知的創造力が我が国を発展させるための資源であると考えている。数学教育は、科学技術の発展に寄与するところが大であり、それだけにこうした人間を育てる数学教育の一層の充実が必要である。

数学の学習内容をそのまま記憶したとしても、そこに内包される概念を真にとらえ、自らの知識としていくことはたやすいものではない。数学の学習は教えられるところがあるとしても、その多くは自ら学び自ら考えて理解するしかないのである。数学の学習は問題を解いて答えを出すことだけではない。子どもにとって大切なのは、粘り強く考え続ける力や学習したことがを生きて働く知識として確実に身につくことである。そのためには、学習したことが実生活にも役立つことを生徒にわからせる必要がある。また、社会に生きていく上で必要とされる適切な判断力、想像力の育成を図ることも大切にしたい。

私たちは、昨年度よりテーマを「追究し発信する力を育成するための教科指導のあり方」として研究をすすめてきた。その結果、基礎的・基本的な知識や技能の定着は図れたが、それらを活用して、数学的な考え方を生かし、自分から工夫して問題を解決したり判断したりする力については不十分であった。自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら問題を解決していく資質や能力をより一層伸ばしていくために、実社会・実生活と結びつきが深い教材を取り入れ、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて、筋道立てて考える思考力を育成することが重要である。また、生徒と教師、生徒と生徒による教え合いや学び合いにより課題を追究させたり解決させたりしていきたいとも考えている。よって、本年度も「追究し発信する力を育成するための教科指導のあり方」として研究を進めることにした。

2．数学科における「習得サイクル」と「探究サイクル」

本校では『学び』を基礎的・基本的な知識・技能を確実に定着させる学び（習得）と知識・技能をもとに、それらを活用して課題を追究し、発信する学び（探究）の２つのサイクルで考えている。

数学科における「習得サイクル」とは、授業において「問い」を持ち、わからなかったことを授業で理解、解決しさらに定着を図ることである。そのため単元毎にレディネステストを実施し生徒の実態に則した授業を行い、授業後には評価テストを行うことで知識の獲得状況を把握し、基礎的な知識・技能の確実な定着を図るようにしている。そのために、積極的にペア学習や班学習を取り入れ生徒相互の教え合い活動を重視している。

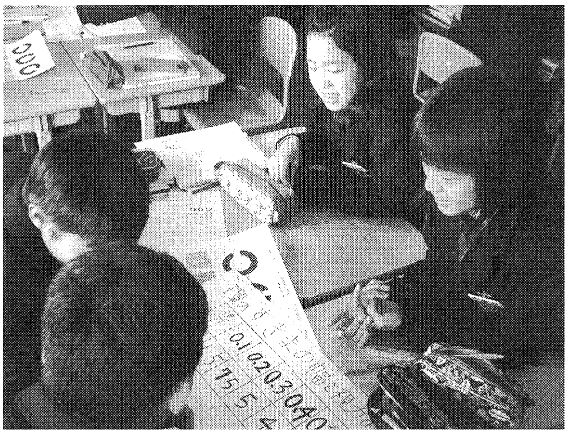
数学科における「探究サイクル」とは、授業の中での色々なテーマに触発され、「問い」をもち、知識や技能をもとに、自分でまたは他者とともに練り上げ追究した結果を発信しそれをみんなで共有し、さらに討論やアドバイスを通じて追究を深め、理論的思考や論理的表現力を獲得することと考えている。

3．本年度の取り組み

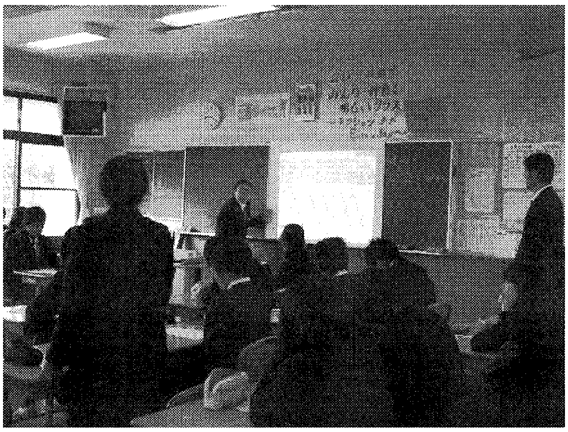
(1)　ペア・班（４人）学習の利用

１時間の授業の中にペア学習や班学習を取り入れ、生徒同士での学習を効果的に入れることで学び合

いの場の設定をする。授業の中での班は、３年生では単元毎にレディネステストをして数学班をつくり、１・２年生は生活班を使っている。ペア学習はわかったことを伝えたり、説明し合ったり、基礎的・基本的な知識・技能等の問題ができているか、確認し教え合う場で多く用いている。班学習は生徒が一人で考えることが難しいと思う場面で設定している。生徒一人ひとりの学習の理解度にも差があり、授業の中で教師から教えてもらったことよりも、生徒同士での話し合いの中で生徒から教えてもらったことのほうが内容をよく理解していたり、自分とは異なる考えにであったとき「なるほど」という感動が、数学への関心を高め、数学的思考の幅を広げられたりしている。



１年生では男女ペアで座席をくっつけて隣の生徒に相談しやすいようにし、班活動も容易にできる座席配置にしている。２年生ではコの字型での座席配置にすることで生徒同士の視線が交わり、他の生徒の考えを聞くことができたり、相手を見て話をすることができるなど教育効果が期待できる。３年生は班単位で座り４人がすぐに机をくっつけやすいようにしている。



⑵　複数教師による指導

１年生は週１回木曜日を、３年生も週１回火曜日を、２年生は週３回複数教師による指導を行いきめ細かい指導ができている。３年生は主に課題別選択学習の指導にあてている。課題は基本的な課題もしくは発展的な課題を選択することで学習意欲が喚起され学びの質の向上につながっている。

⑶　新カリキュラム

１時間の授業時間を50分から45分にして、１日７時間、週32コマの週時程として、各学年とも週４コマで授業をしている。

授業時間が増えた分、生徒の学習内容の定着率がよくなった。それは、反復練習（スパイラルな教育課程）により、基礎的・基本的な知識、技能の習得の強化を図れ、発展的な課題を取り組む時間が増加した点があげられると考える。また、じっくり時間をかけたいと以前は考えていた内容にも時間をかけて授業ができるようになった。新しいものを創造して問題を解決するという時間がとりやすくなり、追究活動の時間が増加している。

50分を45分で展開するため授業構成にも工夫をしている。例えば、授業のはじめに「めあて」を提示することで生徒が目的を持って授業にのぞみ、授業の最後にその「めあて」が達成できたかを確認することでより集中して授業に参加している。またワークシートを工夫し、中身の濃い授業を展開している。また、視聴覚機器等を利用し、教育効果を上げる工夫もしている。

⑷　重点項目

・反復練習（スパイラルな教育課程）により、基礎的・基本的な知識、技能の習得の強化を図る。
・言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて、筋道を立てて考える数学的な思考力を育成する。
・実社会・実生活との結びつきが深い教材開発に取り組む。

4．成果と課題

本年度は１時間の授業時間を50分から45分にし、数学科は各学年とも週４コマで授業を行った。

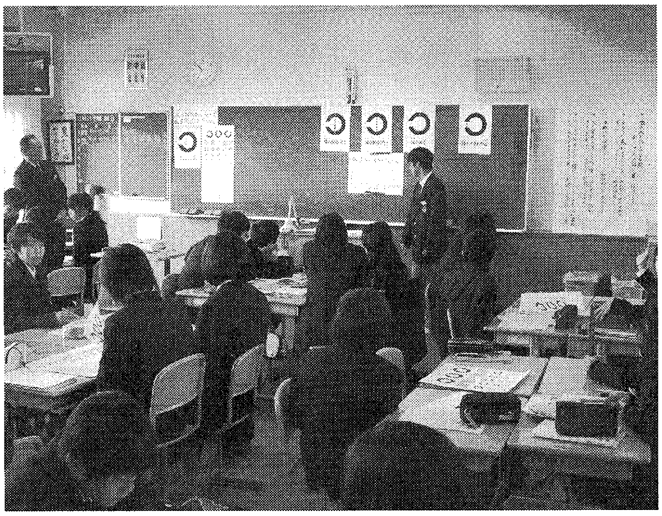
45分授業で50分授業の成果をあげるために、まず授業前に「めあて」提示することにした。それにより生徒は目的意識をもってより授業に集中するようになった。次に、ワークシートを作成することはもちろんのこと、ＩＣＴを効果的に使用し教育効果を上げるための工夫を行った。たとえば、関数の授業では、グラフの学習時や動点の問題等にコンピュータとプロジェクターを利用した。機器の使用は、生徒たちの興味づけに効果的であり、同じ画面を何度も提示することもでき、理解力を深めるのに役立った。

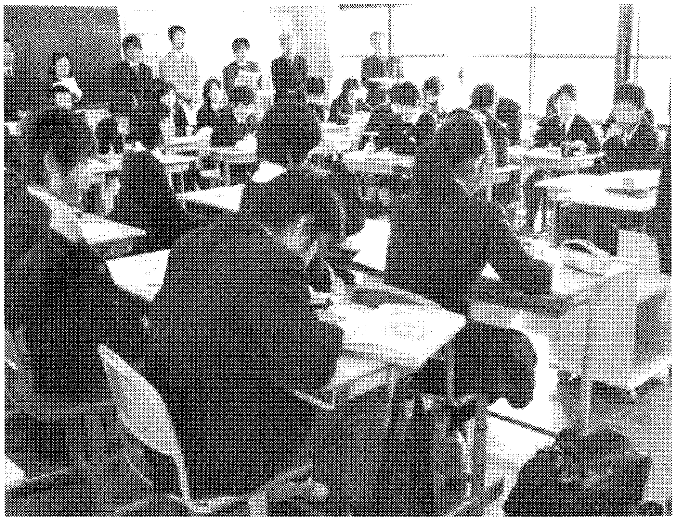
また、週４コマの授業では、発展的な課題に取り組む時間やじっくり時間をかけて学習させたいと考えていた内容の授業を展開することができた。さらにペア学習や班学習を教師が意図的に組み入れ、生徒間でわかったことを伝えたり、説明し合ったり、一人で考えることが難しい内容を教えてもらったりする中で、より一層理解が深まったようである。

さらに、実社会や実生活との結びつきが深い教材を頻繁に取り入れることで、数学を身近に感じ、学習する意義を見いだし、より興味を持って授業にのぞむようになった。

この知識や技能を使って、提示されている課題を解決しなさい。と教師が生徒を導けば、生徒はそれらを使って課題解決にあたるだろう。しかし、そこには、生徒の気づきはない。大切なことは、既習の知識や技能をどのように使えば、課題を解決できるのかということを生徒が気づき、課題解決にあたることである。

知識・技能を活用することのよさがわかるような数学的活動を取り入れた授業展開をさらに充実させることが今後の課題である。





実践１　必修教科１年生

授業者　川　端　宏　典

① 題材　「比例と反比例」

② 題材について

生徒たちは、計算はできるが、その意味をうまく表せなかったり、正解を出すことだけにとらわれがちでなぜそうなるのかという疑問を持ったり、答えに至る過程に関心を持たなくなってきた。

事象を調べるには、事象の中からともなって変わる二つの数量関係を見つけ、変化や対応の様子をつかみやすい表、簡潔に表現できる式、視覚的に見ることができるグラフにすることが有効である。そうすることで、二つの数量関係は明瞭・簡潔に表現でき、事象を調べることができるのであるが、そのことが生徒たちに実感できるように、実際にあるもので考えることが重要であると考えこの題材を設定した。

学校生活の中で、身体測定で使っている視力検査表は、私たちにとって見慣れたものであるが、その中に潜む数学的事実について、生徒達はあまり意識をしていない。検査表の下の方の環の切れ目が見えるほど視力がよいと判断されるということは知っていても、並んだ環がどのような物理的規則にもとづいているのかと考えることは少ないようである。そのため、「数量の具体的な変化が読みとれる」という表の特徴を使って視力とランドルト環の大きさの関係が反比例になるということをつかませることは、日常生活の中に数学が使われていることを実感でき「比例と反比例」の単元のまとめの課題として適当であると考えた。

視力検査表のような現実の世界の数量の関係を、表、式、そしてグラフによって表現することは、「見えないものを見えるようにする」ことで、問題となっていることを明確に意識し、数学的に考察することができるようになると考える。

③ 学習目標と評価基準

学習の目標 ／ 評価規準	・具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見いだし、表現し考察する能力を伸ばす。
数学への 関心・意欲・態度	・具体的な事象の中にある２つの量の関係に関心をもち、比例や反比例の関係を見いだし、その特徴を調べようとする。 ・具体的な事象に関する問題を、比例、反比例の見方、考え方やグラフを利用して解決しようとする。
数学的な 見方・考え方	・具体的な事象の２つの量の関係を、変化や対応に着目して調べ、比例や反比例の関係を見いだすことができ、式や表、グラフからその特徴を考えることができる。 ・比例、反比例する具体的事象についての問題を、式やグラフを利用して解決することを通して、式やグラフに表すことのよさを見いだすことができる。
数学的な 表現・処理	・比例や反比例の関係を表、式、グラフであらわしたり、その特徴をよみとったりすることができる。 ・文字を変数として扱ったり、変域を不等号を用いて表したりすることができる。 ・具体的な事象の問題を、比例や反比例の考え方や比例のグラフを利用して解くことができる。
数量、図形などについての知識・理解	・比例や反比例の意味、および、比例定数の意味を理解している。 ・変数や変域、座標の意味を理解している。 ・比例や反比例のグラフの特徴を理解している。

④　学習計画（単元構成表）24時間　（◎は本時で１時間目）

学習過程	学習の中心	教師の働きかけと学びのサイクルについて	観点
比例する量 （４時間）	・２つの数量の調べ方	・２つの数量の関係を表、式、グラフを用いて考えさせる。『探究』	【関】
	・比例と比例定数の意味	・比例の表のいろいろな特徴を、表を縦にみたり、横にみたりすることで見つけさせる。『探究』『習得』	【考】
	・変数と変域の意味	・変域については、言葉と式と数直線を対応しながら考えさせる。『習得』	【知】
	・比例定数やｘの変域が負になる比例の式	・比例の特徴や定義を思い出させ、それにあてはまるかどうか考えさせる。『探究』『習得』	【考】
座　標 （１時間）	・平面上の点の表し方と座標の意味	・点の位置の座標の表し方は、点からｘ軸、ｙ軸にむけて垂線を引き座標軸の目盛りを読ませる。『探究』『習得』	【表】
比例の グラフ （３時間）	・$y = \alpha\chi$ のグラフの特徴	・コンピューターを利用して、視覚的に理解させ、比例定数が正と負の場合の特徴をつかませる。『探究』『習得』	【考】
	・$y = \alpha\chi$ のグラフの書き方	・比例のグラフを数多く書かせることで、簡単に書ける方法を比例定数から考えさせる。『探究』『習得』	【表】
振り返り （２時間）	・確かめと振り返り	・振り返りまとめをする。『習得』	
反比例 する量	・反比例の導入	・反比例と一定の割合で減少する関数の変化の様子や違いに目を向けさせ、反比例の特徴を考えさせる。『探究』『習得』	【考】
	・反比例と比例定数の意味	・表の見方や対応の見方で考えさせる。『探究』『習得』	【知】
反比例の グラフ （1.5時間）	・$y = \frac{\alpha}{\chi}$のグラフの書き方 ・$y = \frac{\alpha}{\chi}$のグラフの特徴	・プロットする点を増やして、点の集合が曲線であることをつかませる。『探究』『習得』 ・比例定数を変化させて、いろいろな反比例のグラフを書かせ、比例定数が正と負の数の場合について比べ、まとめさせる。『探究』『習得』	【表】 【考】
振り返り （1.5時間）	・確かめと振り返り	・振り返りまとめをする。『習得』	
◎比例と反比例の利用 （６時間）	・身の回りの事象から比例、反比例を考察する。	・身近な問題。その結果を表、式、グラフに表すことで、事象について考察させる。『探究』『習得』	【考】 【表】
振り返り （１時間）	・確かめと振り返り	・振り返りまとめをする。『習得』	
レポート作成 （１時間）		テーマを決め、事象を考察しまとめレポートにする。『探究』『習得』	

⑤　本時の目標

視力検査表に潜む数量関係を考察することができる。

⑥　本時の展開

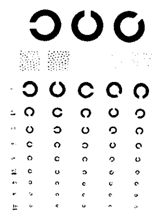
学習活動	教師の支援	備考
○視力検査表からわかることを発表する。 ・「Cの形がたくさんある。」 ・「視力がよくなるほど、Cの形が小さくなる」 ・すきまの向きが四方八方むいている。 ○課題を把握する。	・視力検査表を黒板に掲示する。	視力検査表

課題（視力検査表のしくみ）

右の表は、視力検査表と呼ばれるものです。この中のCのようなものは「ランドルト環」と呼ばれています。

「視力」が変わると、それにともなって何が変わりますか。

視力検査表を使って、「視力」といろいろな関係を調べてみましょう。



◇ランドルト環に興味をもって取り組めているか。　【関】

学習活動	教師の支援	備考
・視力の数値が変わると、それにともなって変わるか考え、２つの数量関係について調べる。 「環の直径（外径）」 「環（線）の太さ」 「環のすきまの幅」	・ワークシートを配り、考えたことを記入さす。	・ワークシート
○班で考える。 ・視力との数量関係を調べる。	・各班に 0.5 までの検査表を配り考えさす。 ・停滞している班には、表をつくって考えさす。 ・画用紙を配る。	・視力検査表 ・画用紙

表

視　力	0.1	0.2	…	0.4	0.5	…
環のすきまの幅（mm）	15	7.5	…	3.75	3	…

視　力	0.1	0.2	…	0.4	0.5	…
環の直径（mm）	75	37.5	…	18.75	15	…

視　力	0.1	0.2	…	0.4	0.5	…
環の太さ（mm）	15	7.5	…	3.75	3	…

学習活動	教師の支援	備考
○班で発表する。 ・「視力」が２倍・３倍…となると、「環のすきまの幅」の値が $\frac{1}{2}$ 倍・$\frac{1}{3}$ 倍…になる。 ・「視力」と「環のすきまの幅」の値をかけると一定の値になる。 ・他の表も、同じである。 ○課題を把握する。	・今までに学習した比例や反比例について思い出さす。 ・２つの数量関係が反比例であることを確認する。	◇表から特徴を読みとり、わかったことをまとめることができたか。【表】

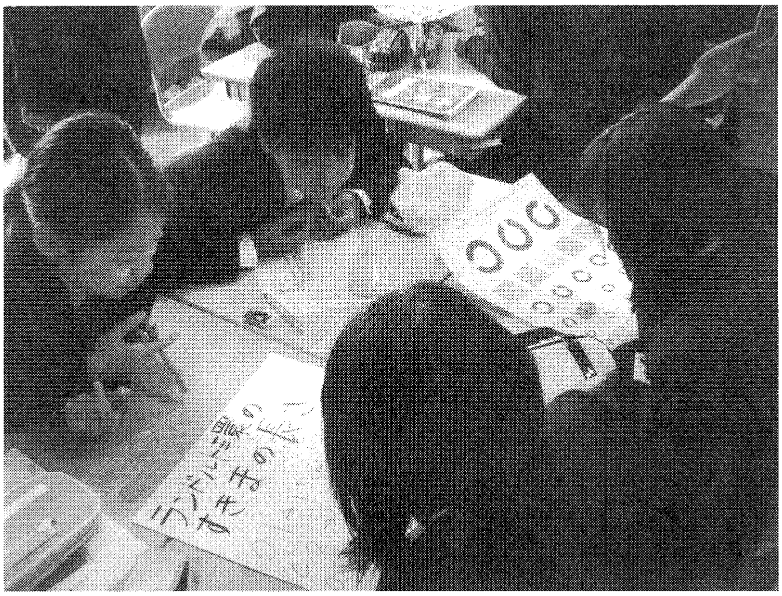
課題

視力 1.5 のランドルト環のすききまはどれだけですか。

学習活動	教師の支援	備考
実物投影機で実際のランドルト環を測定したものを確認させる。 ○まとめ ・「視力」と「環の直径（外径）」、「環（線）	・「視力」と「環のすきまの幅」の関係を、表・式をつかって考えさす。	

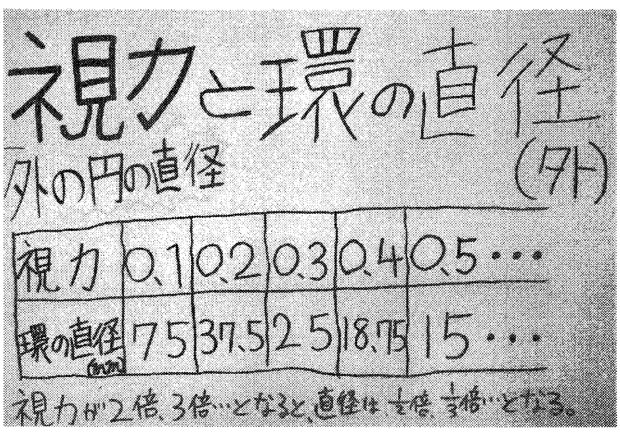
の太さ」、「環のすきまの幅」については、反比例が実生活の中で利用されていることがわかったでしょう。その例の１つが、今日の課題でした。		

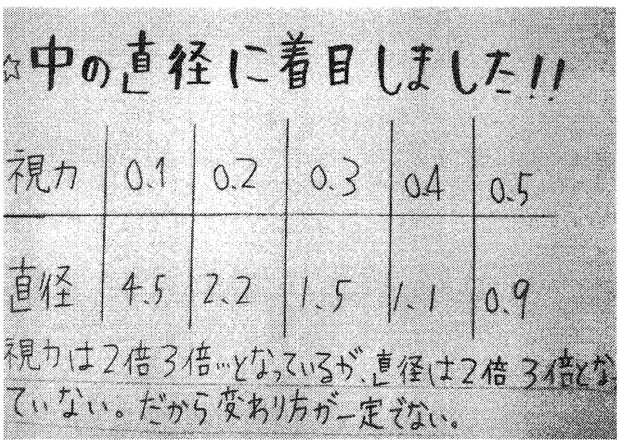
⑦　**結果と考察**



実生活との結びつきの深い教材で授業をすることで、生徒たちは身の回りにあるものが数学と結びつきがあることに驚き興味を持ち、どのような結果になるのかと関心を持って授業に取り組んでいた。生活の中にある教材で授業することは大変有用であった。私たちの生活の中には、ある数量関係について考えるとき、ある数量ともう一つの数量との２つの関係を考察することで数量関係がよく見えてくることが多い。生徒たちは２つの数量関係について考えるとき、変化や対応の様子をつかみやすい表、簡潔に表現できる式、視覚的に見ることができるグラフの３つを関連させることで見えてなかったものが見えてきた。授業の中や、単元の中で前に学習したことを反復する時間をとることで基礎的・基本的な知識・技能の強化が図られた。また、週４コマで授業をしたこと、週３コマで授業をしていたときより反復する時間を少なくすることができた。これは、ほぼ毎日授業をすることで生徒たちは時間の経過によって忘れることが少なくなったためであろう。

今回の授業では「比例と反比例」の発展的なものとして、今までに学習したことを使って身の回りにあるものが関数関係にあることを学習するのが課題であった。生徒たちは視力検査表を見たときすごく興味を持った。この検査表にどのような数量関係があるのかと考えていたが、視力とランドルト環のすきま、ランドルト環の太さ、ランドルト環の直径の関係を見つけるのに表をつくって調べていたが表をつくるのに時間がかかり、表から視力が２倍・３倍…となるとランドルト環のすきま、ランドルト環の太さ、ランドルト環の直径は１／２倍・１／３倍…となっていることに気がついた班や、表から座標に点を取って反比例の関係になっていることを見つけた班など、班の中で反比例になっていることがわかったが学級全体の中で発表する時間が足らなかった。班の中での生徒同士が自分の考えを発表する時間があれば、もっといろいろな意見が生徒の中から出てきたと思われる。





実践２ 必修教科２年生

授業者 西 口 正 純

① 題材 「１次関数」

② 題材について

これまでに、数は有理数まで拡張され、文字を使っていろいろな量を表し、１次方程式、連立方程式などを用いて問題を解決する方法を学んできた。１次関数はこれらの学習を総合した内容を含んでいる。

また、関数指導でみれば、変数としての文字の役割は１年の比例と反比例のところで学んでいるが、そこで、学んだ比例$y=ax$に続く内容として、関数指導の中心といえるものである。３年からは、平方根、展開、因数分解、２次方程式、三平方の定理、関数$y=ax^2$など、２次式を扱うことが主であるので、１次関数は、１次式の範囲で頂点に立つ内容として位置づけられる。

また、具体的な事象のなかから１次関数を見いだし、その関数関係を利用して問題解決をはかっていくことは、１次関数の指導において重要なことである。「１次関数の利用」では、水を熱する実験において、時間と水温の関係が１次関数とみなせることから、その関数関係を用いて事象を考察したり予測したりできることのよさを感じとらせるようにした。また、他領域においても関数の考えが利用できる場面として、図形の問題において１次関数が利用できる例も取り扱った。

また、グラフを利用すると問題解決が容易になるような場面を多く体験させることで、何のためにグラフを書くのかを生徒に理解させたい。そこで、グラフを用いてxの変域とyの変域の対応を考えたり、連立方程式の解をグラフの交点としてとらえたりする内容も学習した。さらに、本時は、ダイヤグラムを取り上げ、グラフが問題解決に有効に働くことを、実際の場面を通して理解させるようにしたい。

課題解決の場では、「個で考える→班（ペア）で考え交流する→全体の場で表現しあい、練り上げていく」という時間を設定する。そこでは、自分の考えを筋道立てて、論理的に説明するだけではなく、他者の異なる考え方をとらえ、自分なりに組み立て直す力も高めさせていきたいと考えている。

③ 学習目標と評価規準

学習の目標 ＼ 評価規準	・関数および１次関数の意味を理解するとともに、事象の中には１次関数としてとらえられるものがあることを理解する。 ・具体的な事象の中にある問題を、１次関数を使って解決することができる。
数学への 関心・意欲・態度	・具体的な事象の中にある２つの数量の関係に関心をもち、１次関数について調べようとする。 ・１次関数が日常の事象に深くかかわっていることに気づき、問題の解決に利用しようとする。
数学的な 見方・考え方	・具体的な事象の中には１次関数によってとらえられるものがあることに気付く。 ・具体的な場面で数量の関係をとらえ、１次関数の関係にあるものを見いだすことができる。
数学的な 表現・処理	・具体的な事象が関数であるかどうかを調べることができる。 ・具体的な事象の中にある関係を、１次関数の式で表すことができる。 ・１次関数の表、式、グラフなどを用いて、具体的な事象を表現したり、処理したりすることができる。
数量、図形などについての知識・理解	・関数や１次関数の意味を理解している。 ・１次関数がどのような場面でどのように用いられるか理解している。 ・関数的な見方や考え方を用いると、事象を考察したり予測したりできることを理解している。

④　学習計画（単元構成表）23時間（◎は本時で21時間目）

学習過程	学 習 の 中 心	教師の働きかけと学びのサイクルについて	観点
1次関数 （13時間）	・1次関数	・関数の意味と1次関数の意味を理解させる。『習得』 ・変化の割合の意味を知らせ、1次関数の変化の割合はつねに一定であることを理解させる。『習得』	【関】 【知】
	・1次関数のグラフ	・1次関数のグラフは直線であることを理解させ、変化の割合と1次関数のグラフの傾きとの関係をつかませる。 ・1次関数のグラフと比例のグラフとの関係を調べさせ、グラフの切片について理解させる。〈パソコン〉 ・変域が限られている1次関数のグラフについて理解させる。『探究』『習得』	【知】 【表】
	・直線の式の求め方	・直線の式を求めるには、傾きと切片を求めればよいことを理解させる。 ・いろいろな条件の下で直線の式が求められることを知らせる。『習得』	【知】 【表】
	・1次関数の利用	・身のまわりの事象の問題を、1次関数を利用して解決させる。『探究』『習得』	【考】
（1時間）	・ピックの定理	格子点の数で面積が求められることを感得させる『探究』	
方程式と1次関数 （3時間）	2元1次方程式のグラフ	・2元1次方程式のグラフの意味を理解させる。 ・2元1次方程式と1次関数は、同じ関係を表していることを理解させる。『習得』	【知】 【表】
	連立方程式の解とグラフ	・連立方程式の解が、2つの2元1次方程式のグラフの交点の座標となっていることを理解させる。 ・連立方程式の応用問題をグラフで考えさせる。『探究』『習得』	【考】
（3時間）	3章のまとめと問題 問題A 問題B		【知】 【表】
	直線の式で表現しよう	・直線の式を利用して座標平面上に絵を描いたり、絵から式を読み取ったりせる。『探究』『習得』	【知】 【表】
	いろいろな方程式のグラフについて調べよう	・2元1次方程式の特別な場合として、$y=k$, $\chi=h$のグラフについて考察する。『探究』『習得』	【知】 【表】
自由研究 （1時間）	時計の針が重なるのは何時？	1次関数のグラフや連立方程式を利用して、時計の針に関するいろいろな問題を探究させる。『探究』『習得』	【考】
（1時間）	◎ダイヤグラム	ダイヤグラムを利用して、グラフの有用性を理解させる。『探究』『習得』	【知】 【表】
振り返り （2時間）	・身の回りの事象から1次関数を考察し、レポートを作成する。	・テーマをきめ、事象について考察させ、レポートとして仕上げ、みんなの前で発表させ、評価させる。『探究』『習得』	【知】 【表】 【考】

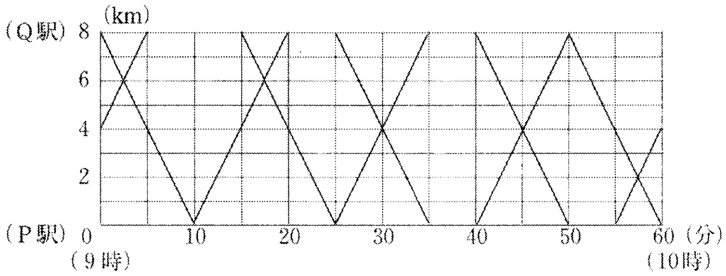
⑤　本時の目標

・ダイヤグラムから、2直線の交点の座標が列車どうしの出会う時刻と場所を表していることに気づかせる。
・速さがグラフの傾きになっていることを理解させる。

⑥　本時の展開

学　　習　　活　　動	教　師　の　支　援	備　考
◎実際のダイヤグラムを観察する ◎課題１を把握する	○導入として、実際のダイヤグラムを見せて簡単に説明する。	

課題１　下の図は、８ｋｍはなれたＰ駅とＱ駅の間の、９時から１０時までの列車の運行のようすを表したものです。



Ｑ駅を９時２５分に出発する列車が、Ｐ駅から来る列車に合うのは９時何分でしょうか。

学　　習　　活　　動	教　師　の　支　援	備　考
・ダイヤグラムの交点に着目する。 ◎課題１を解決し、発表する。 ・予想される生徒の反応 （１）９時３０分。 （２）よくわからない。	○直線のグラフの交点が、列車どうしが出会う時刻と場所を表すことを確認する。	・ワークシート ・プロジェクター ・ＰＣ

Ｑ　ほかにグラフからどんなことがわかるでしょうか。

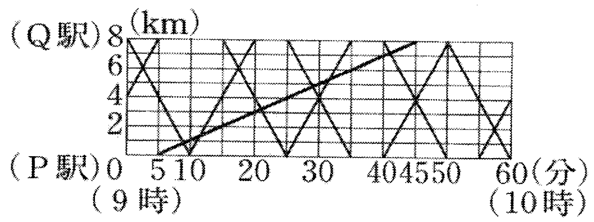
学　　習　　活　　動	教　師　の　支　援	備　考
◎気づいたことをまとめ、発表する。 ・予想される生徒の反応 （１）９時から１０時までにＰ駅とＱ駅の間で列車が出会うのは５回である。 （２）列車の速さは一定で、0.8km／分（48ｋｍ／時）である。 （３）Ｐ駅を出発した列車は右上がりのグラフで、Ｑ駅を出発した列車は右下がりのグラフである。 ◎課題２を把握する	○自由に考えさせ、気づいたことを発表させる。 ○ペアで考えを交流し、深めさせる。	◇気づいたことがまとめられたか。 【考】［ノート観察、発表］

課題２　Ａさんは、９時５分にＰ駅を出発して、一定の速さの自転車で、線路沿いの道をＱ駅まで行ったところ９時４５分に到着しました。Ａさんは、Ｑ駅につくまでに、Ｑ駅から来る列車に何回出会いましたか。

学　　習　　活　　動	教　師　の　支　援	備　考
・課題を把握し、整理する。	○課題をとらえやすいように求めることがらと与えられた条件に分ける。	

Ｑ　求めることがらと与えられた条件は何でしょうか。

学　　習　　活　　動	教　師　の　支　援	備　考
◎文章を求めることがらと与えられた条件に分けて考える。	○班で考えを交流し、深めさせる。	

・求めることがら （1）出会う回数 （2）最初に出会う時刻 ・与えられた条件 （1）Aさんは9時5分にP駅に出発する。 （2）9時45分にQ駅に到着する。 ◎課題を解決し、発表する。		◇求めることがらと与えられた条件に分けることができたか。 【表】［ワークシート観察、発表］
◎グラフによる解き方を工夫する。 ・自転車で行くときのようすを示すグラフをダイヤグラム上にかいて考える。 （1）2点（5，0）、（45，8）を結ぶ。 	○速さ＝道のり／時間であることより、速さが直線の傾きになることを明らかにする。 ○2点の座標でグラフをかく方法、直線の傾きでかく方法など、多様な考え方をさせる。 ○問題解決の時間を十分与えるように配慮する。	
・交点は4つ … 4回 ◎最初に出会う時刻を求める。 ・列車…（0，8）、（10，0）を通るので、P駅からの距離をy km、 時刻を9時x分とすると、 傾き…$\frac{-8}{10}=-\frac{4}{5}$、切片…8だから $y=-\frac{4}{5}x+8$ …① ・自転車…分速$\frac{1}{5}$ kmだから、 $y=\frac{1}{5}x+b$ 点（5，0）を通るから$0=\frac{1}{5}\times5+b$より、$b=-1$ $y=\frac{1}{5}x-1$ …② ①②より$x=9$ 9時9分		◇自転車で行くときのようすを示すグラフがかけたか。 【表】［ワークシート観察、発表］ ◇2直線の交点の数を求め、出会った回数がわかったか。 【表】［ワークシート観察、発表］ ◇交点の数を求め、問題解決ができたか。 【表】［ワークシート観察、発表］
◎課題3を把握する	○交点の座標が格子点以外の場合なので、式が必要であることを理解させる。	
課題3　AさんはP駅から来る列車に何回追い越されましたか。		

◎問題を解決し、発表する。 ・交点は2つ　…　2回 ◎まとめをする 速さ＝道のり／時間なので、直線の傾きが速さを表している。速さ、時間に関する問題解決にはグラフが有効である。		

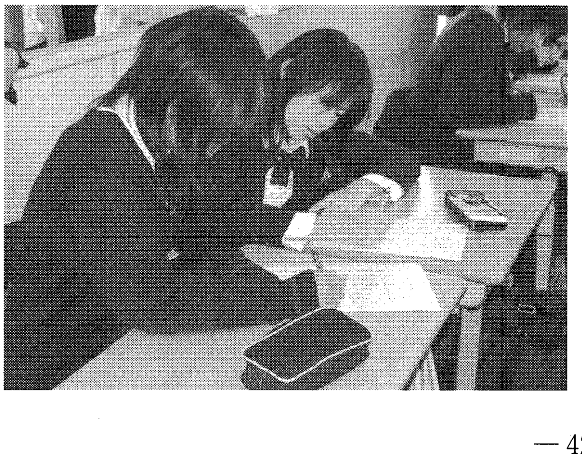
⑦　結果と考察

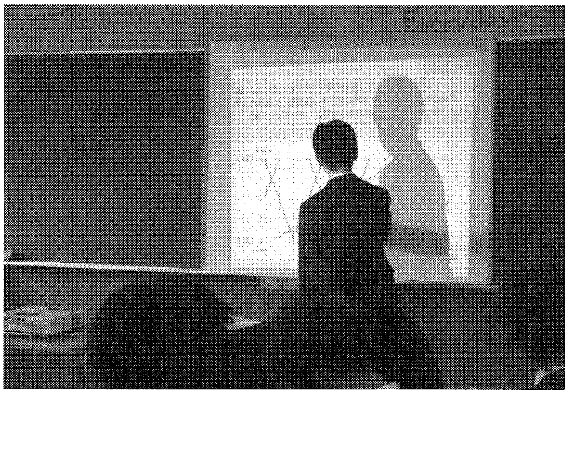
本年度から、週3時間を4時間に増やすことで、発展的な学習や補充学習に取り組むことが可能となった。また、ＴＴで授業を行うことで、一人の教師が専属でコンピュータ操作ができるようになり、視聴覚機器を利用した授業がよりスムースに行うことができるようになった。

関数教材での視聴覚機器を利用した授業のメリットは、同じ作業を何回も繰り返すことができることである。グラフを書くことを例にすると、書き方は大きく分けて2つある。一つは2点を決めて書く方法、もう一つは1点と傾きで書く方法である。従来のグラフ黒板を利用した授業では、生徒に作業させるのに時間がかかり、一度書いたグラフを消すと復活させることが困難であった。しかしコンピュータを利用すると、【書く】【消す】が何度も繰り返すことができ、生徒の理解の大きな助けとなった。また、コンピュータを利用すると、色をつけたり、動きを加えたりすることも容易になる。子ども達の集中力を持続させるのは難しいことであるが、【色】【動き】【音】等を効果的に利用することで、従来の授業よりも学習効率が上がったと思われる。

本時の授業では、ダイヤグラムの提示の際に、グラフに動きを加える工夫をした。ダイヤグラムをいきなり見せると仕組みを理解させることが困難であるが、時間の変化に伴ってグラフの変化の様子を見せることで理解の助けになったようである。グラフをダイヤグラムの中に書かせる際も、2点を用いる方法、傾きを用いる方法等いろいろな書き方を示すことができた。

しかし、授業で使用しているソフトはほとんど教師自作のものである。1時間の授業のためのソフトの開発に8時間余りかかることもあり、授業準備が大きな負担になっているのも現実である。そうした負担の軽減のために、大学や他附属との連携を深めていくことが今後の課題である。





●1次関数●

●関数●

ともなって変わる2つの変数 x、y があって、x の値を決めると、それに対応する y の値がただ1つに決まるとき y は x の関数であるという。

●1次関数●

y が x についての1次式で表されるとき、y は x の1次関数であるという。

■1次関数の一般式■

$$y=ax+b$$

●変化の割合●

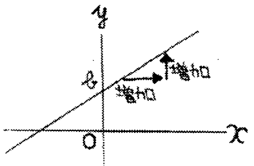
$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$$

x の増加量をもとにしたときの y の増加量の割合を、変化の割合という。

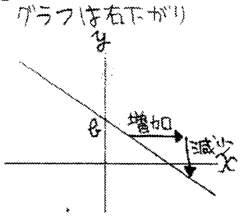
◆1次関数のグラフ◆

1次関数 $y=ax+b$ のグラフは傾きが a、切片が b の直線である。

①$a>0$ のとき、グラフは右上がり



②$a<0$ のとき、グラフは右下がり



●傾き●

1次関数 $y=ax+b$ のグラフの傾きぐあいは、変化の割合 a によって決まる。このことから、a をその1次関数のグラフの傾きという。

●切片●

1次関数 $y=ax+b$ の定数 b は、$x=0$ のときの y の値。すなわち、b は、$y=ax+b$ のグラフと y 軸との交点 $(0, b)$ の y 座標。この b を、1次関数 $y=ax+b$ のグラフの切片という。

◆直線の式の求め方◆

●1点の座標と傾きが与えられたとき●

[例] 点 $(5, 1)$ を通り、傾きが $\frac{3}{5}$ の直線の式を求めよ。

考え方

求める直線の式を $y=ax+b$ とする。

傾きが $\frac{3}{5}$ だから、$a=\frac{3}{5}$。

したがって、$y=\frac{3}{5}x+b$　①

これが点 $(5, 1)$ を通るから、

$x=5$, $y=1$ を①に代入すると、

$$1=\frac{3}{5}\times5+b \qquad 1=3+b \qquad b=-2$$

よって求める直線の式は、$y=\frac{3}{5}x-2$ である。

●2点の座標が与えられたとき●

[例] 2点 $(-4, 1)$, $(2, 4)$ を通る直線の式を求めよ。

考え方

求める直線の式を $y=ax+b$ とする。

$x=-4$ のとき $y=1$ であるから、$1=-4a+b$　①

$x=2$ のとき $y=4$ であるから、$4=2a+b$　②

①、②を連立方程式として解くと、

$$\begin{array}{rl} & -4a+b=1 \\ -) & 2a+b=4 \\ \hline & -6a \quad =-3 \\ & a=\frac{1}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2\times\frac{1}{2}+b=4 \\ b=3 \\ (a, b)=(\frac{1}{2}, 3) \end{array}$$

よって求める直線の式は、$y=\frac{1}{2}x+3$ である。

◆感想◆

1次関数は思っていたよりも簡単だった。グラフを書くときも、直線の式を求めるときも、コツさえわかればすぐにできた。次は自分で問題が作れるようになりたい。

1次関数

関数とは

時速 4kmで、x時間歩いたときの距離を $y$kmとすると、「2時間歩いたら距離は 8km」のように、xの値を決めるとそれに対応するyの値がただ1つに決まるとき、yはxの**関数**であるという。

1次関数

例① 長さ 20cm の線香に火をつけました。x分後の線香の長さを$y$cmとして、xとyの関係を式に表しなさい。

x(分)	0	4	8	12	16 …
y(cm)	20	18	16	14	12 …

A、$y=-0.5x+20$

このように yがxについての1次式で表されるとき、yはxの1次関数であるといえる。

一般に、1次関数は a, b を定数として、次の式で表される

$$y = \underbrace{ax}_{x\text{に比例する}} + \underbrace{b}_{\text{定数}}$$

比例 $y=ax$は、1次関数 $y=ax+b$ において $b=0$ の場合なので、比例も1次関数。

※ 反比例（$y=\frac{a}{x}$など）は1次関数ではない。

変化の割合

例② 1次関数 $y=3x+4$ で xの値が0から3まで増加したとき、xの増加量とyの増加量を比べる

$y=3\times0+4$
$y=4$
$y=3\times3+4$
$y=13$

$3-0=3$
$13-4=9$

xの増加量をもとにしたときのyの増加量の割合を変化の割合という。

例②の求め方

$$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{13-4}{3-0}=\frac{9}{3}=3$$

A、yの増加量はxの増加量の3倍

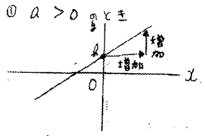
また、1次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は一定でxの係数aに等しい。

$$\boxed{y=\underbrace{a}_{\text{変化の割合}}x+b}$$

1次関数 $y=ax+b$ のグラフ

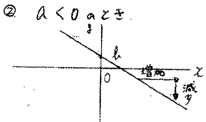
1次関数 $y=ax+b$ のグラフは、傾きがa、切片がbの直線である

① $a>0$ のとき



右上がり

② $a<0$ のとき



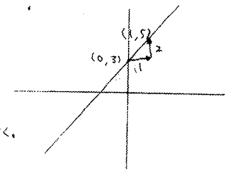
右下がり

1次関数のグラフのかき方

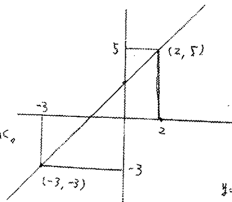
1次関数のグラフは直線なので2点が決まればかくことができる。

例④ 1次関数 $y=2x+3$ のグラフをかきなさい。

考え方1 切片と傾きを使って2点を求める
切片が3であるから、y軸上の点 $(0,3)$ を通る。
傾きが2だから、点$(0,3)$から右へ1、上へ2だけ進んだ点 $(1,5)$ を通る。
2点がわかったので、それを通る直線をかく。



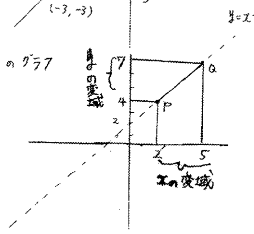
考え方2 グラフ上の適当な2点を求める
$x=2$ のとき
$y=2\times1+3=5$
$x=-3$ のとき
$y=2\times(-3)+3=-3$
したがって $(2,5)$ $(-3,-3)$を通る直線をかく。



グラフと変域

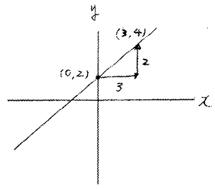
例⑤ xの変域が $2\leqq x\leqq5$ のとき、$y=x+2$ のグラフをかきなさい。またyの変域を求めなさい。

$x=2$のとき $y=4$
$x=5$のとき $y=7$
したがって グラフは、2点 P(2,4) Q(5,7) を結ぶ線分 PQ となる。このグラフより、
yの変域は $4\leqq y\leqq7$ である。



直線の式の求め方

例⑥ 右の直線をグラフとする1次関数の式を求めなさい。



考え方 求める式を $y=ax+b$として、傾きa、切片bの値をグラフから読み取る。
グラフが点 $(0,2)$を通るから、$b=2$
グラフが2点 $(0,2)$, $(3,4)$ を通るから
$$a=\frac{4-2}{3-0}=\frac{2}{3}$$
したがって、求める式は $y=\frac{2}{3}x+2$。

また、このような式を**直線の式**ともいう。

1点の座標と傾きがあたえられたとき

例⑦ 点(2,4)を通り、傾きが-2の直線の式を求めなさい

考え方 求める直線の式を $y=ax+b$ とする。$a=-2$であるから
$y=-2x+b$ ①
この直線が $(2,4)$を通るから、$x=2$, $y=4$ を①に代入すると
$4=-4+b$
$b=8$
したがって求める直線の式は $y=-2x+8$

ポイント
平行な直線は傾きが等しい

2点の座標があたえられたとき

例⑧ 2点 $(-4,1)$, $(2,4)$ を通る直線を求めなさい

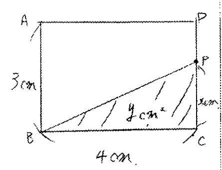
考え方 求める直線の式を $y=ax+b$ とする。
$x=-4$のとき $y=1$であるから、$1=-4a+b$ ①
$x=2$のとき $y=4$であるから、$4=2a+b$ ②
①②を連立方程式として解く

$(a, b)=(\frac{1}{2}, 3)$

A. $y=\frac{1}{2}x+3$

1次関数の利用

例⑨ 右の図の長方形ABCDで、点PはCを出発して、辺上D、Aを通ってBまで動きます。点PがCから$x$cm動いたときの△PBCの面積を$y$cm²として、このxとyの関係をグラフにかきなさい。



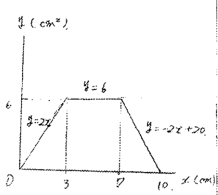
考え方 点Pの位置を次の3つの場合に分けて、それぞれxとyの関係を式で表し、それらのグラフをかく。

(1) 辺DC上　(2) 辺DA上　(3) 辺AB上

(1)の場合は xの変域は $0\leqq x\leqq3$、上の図から、$y=\frac{1}{2}\times4\times x$ すなわち
$y=2x$ … ①

(2)の場合は、xの変域は $3\leqq x\leqq7$ 上の図から、底辺と高さがかわらないので すなわち
$y=6$ … ②

(3)の場合は xの変域が $7\leqq10$。xの値をつかって三角形の高さをだすには"$10-x$"なので $y=(10-x)\times4\times\frac{1}{2}$ すなわち
$y=-2x+20$



グラフの交点と連立方程式の解

2つの2元1次方程式のグラフの交点のx座標、y座標の組は その2つの方程式を1組にした連立方程式の解である。

ア・ラ・カルト

解が1つにならない連立方程式

① $\begin{cases} x+y=2 \\ x+4=4 \end{cases}$

このような式は、傾きが一緒つまり平行なので交点がない。
つまり、解がない。

② $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+1 \\ -x+2y=2 \end{cases}$

このような式は、傾きも切片も同じつまりグラフでいえば同じ線になるので、すべてが交点。
つまり、解が無数にある。

実践3　必修教科3年生

授業者　田窪　佳寿子

① 題材　「平方根」

② 題材について

平方根の導入にあたっては、さまざまな面積の正方形を方眼紙に作図させ、正方形の面積と1辺の長さを対比させながら、有理数では表すことのできない新しい数が存在することを理解させたい。そして、その量や数をあらわすために「新しい数」として、平方根の意味や必要性を明らかにし、平方根の記号$\sqrt{\ }$を導入し、数の概念を無理数まで広げていきたい。

平方根の大小関係においては、平方根を小数値になおしておよその値を求めたり、正方形の面積と1辺の長さを対比させたり、数直線に表わしたりしながら、根号のついた数が表している具体的な量について理解させ、根号の中の大小によって比べられることを見つけさせたい。

平方根の加減の指導では、同類項の計算と同様に行えることさえ示せば、比較的容易に演習に入ることができると思われる。しかし、それでは単なる計算の結果としてのとらえ方にとどまり、1つの数であるという概念は育たないように思われる。そこで、本時は$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$が平方根の乗法で成立することから、平方根の加減でも$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$が成り立つのではないかという発想をもとに授業を進めていきたい。課題解決にあたっては、電卓を使って近似値を求めたり、文字式の展開を使って考えたり、反例をあげたり、正方形の面積を使ったりして、さまざまな方法で解決する中で、$\sqrt{a}+\sqrt{b}$はこれ以上簡単にはすることはできないが、1つの数であることを理解させたい。そして1つの数として数直線上に示させたい。

課題解決の場では、「個で考える→班（ペア）で考え交流する→全体の場で表現しあい、練り上げていく」という時間を設定する。課題解決が「個」の段階でできない子どもも、班での学び合いを通して理解でき、論理的に説明できるようにしたい。また、他者の異なる考え方をとらえ、自分なりに組み立て直す力も高めさせていきたいと考えている。

平方根の四則計算では、交換法則や結合法則、分配法則はそのまま成り立つ。しかし、与えられた問題を単に解くだけでなく、既習事項をいろいろ工夫し、さまざまな考え方に触れる中で、一人ひとりの子どもが納得できる解決方法を見いださせたい。そして、常に、子どもたちの数学的活動を大切にしていく授業を展開したいと考えている。

③ 学習目標と評価規準

学習の目標 ／ 評価規準	・数の平方根の必要性とその意味や表し方を理解する。 ・平方根の大小関係を理解するとともに、数としての平方根の理解を深める。 ・平方根の乗除や加減について理解し、平方根を目的に応じて変形することや、平方根の四則計算ができるようにする。
数学への 関心・意欲・態度	・平方根の必要性を知り、平方根の表し方や性質、大小関係を調べようとする。 ・平方根の乗除・加減に関心をもち、計算の仕方を調べようとする。
数学的な 見方・考え方	・正方形の1辺の長さと関連付けて平方根の意味を考え、根号の必要性などについて考察することができる。 ・平方根の大小を、正方形の1辺の長さと面積と関連付けて考察することができる。 ・平方根の乗除・加減の計算の仕方を考えることができる。
数学的な 表現・処理	・根号を用いて平方根を表したり、平方根を求めたりすることができる。 ・平方根の大小を比べ、不等号を用いて表すことができる。 ・平方根を含む式の計算ができ、目的に応じて式を変形することができる。

数量、図形などについての知識・理解	・平方根の必要性や意味、性質などを理解している。 ・平方根の大小関係の判断の仕方を理解している。 ・平方根の積と商の性質や、それを用いた変形や計算の仕方を理解している。 ・平方根の加減の意味とその計算の仕方を理解している。

④　学習計画（単元構成表）14時間　（◎は本時で10時間目）

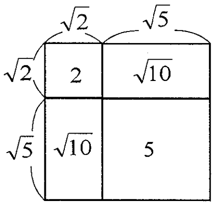
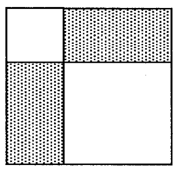
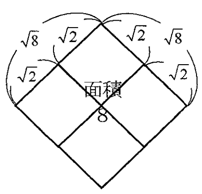
学習過程	学習の中心	教師の働きかけと学びのサイクルについて	観点
平方根 （3時間）	・正方形の1辺の長さ	・正方形の1辺の長さを求めることを通して、整数で表される場合と、小数や分数でも表すことができない場合があることを見つけさせる。『探究』	【関】
	・平方根の意味	・平方根の必要性に気付き、平方根の意味を理解させる。『習得』	【知】
	・数の平方根を求める	・平方根は根号を使って表されることを知り、根号を必要に応じて的確に用いることができるようにさせる。	【知】 【表】
平方根の大小 （2.5時間）	・平方根の大小	・電卓を使って近似値を求める方法や、正方形の面積と1辺を対比させる方法などで、2数の大小を比べさせる。『探究』 ・根号の中の数の大小に着目して、平方根の大小を比べさせる。『習得』	【関】 【考】
	・$\sqrt{\ }$ のものさしを作る	・面積図を利用して、数直線上に $\sqrt{\ }$ の値をとらせる。『探究』 ・数直線上には、分数では表せない数も存在することを理解させる。	【知】 【考】
振り返り （0.5時間）	・練習問題	・平方根や大小関係についての練習問題をさせる。『習得』	【知】 【表】
平方根の乗除 （3時間）	・根号を含む積や商の求め方	・根号を含む数の乗除に関する規則を考えさせ、それを利用して簡単な計算ができるようにする。『探究』『習得』	【考】 【表】
	・根号を含む数の変形	・根号を含む数を、目的に応じて変形させる。『習得』	【表】
	・平方根のおよその値の求め方	・根号の中の小数点の位置の移動とその平方根の値との関係をみつけ、それを利用して平方根のおよその値を求めさせる。『探究』『習得』	【考】 【表】
平方根の加減 （3時間）	◎根号を含む式の加法	・$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ はこれ以上簡単にできないが、1つの数を表していることを、多様な見方・考え方で説明させる。『探究』	【関】 【考】
	・根号を含む式の加法と減法	・$c\sqrt{a}+d\sqrt{a}$ の平方根の加法の計算の仕方を面積図を使って説明させる。『探究』 ・根号を含む式の加減の計算を理解させる。『習得』	【関】 【考】
	・いろいろな計算	・分配法則や乗法公式を利用して、平方根の計算ができるようにする。『習得』	【表】
振り返り （1時間）	・練習問題	・平方根の加減や四則計算が，能率的かつ正確にできるようにする。『習得』	【表】
課題選択学習 （1時間）	選択A ・循環小数を分数に ・開平計算	・循環小数を分数に表す方法を理解させる。 ・筆算での開平計算は、乗法公式を利用すればできることを理解させ、計算ができるようにする。『探究』	【考】
	選択B ・トランプゲーム	・平方根の知識や技能を使って、同じ数になるペアのカードを作らせ、「神経衰弱」の要領でゲームを楽しむ。『習得』	【知】 【表】

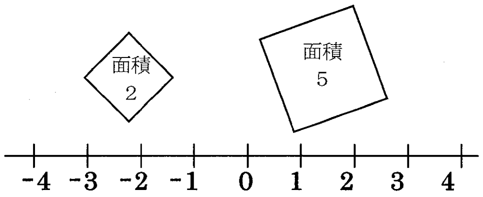
⑤　本時の目標

・$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{2+5}=\sqrt{7}$ でない理由を既習の内容を活用して説明することができる。

・$\sqrt{2}+\sqrt{5}$ はこれ以上簡単にできないが、1つの数であるという見方ができる。

⑥　本時の展開

学　習　活　動	教　師　の　支　援	備　考
◎課題9を把握する。 【課題9】 $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{2+5}=\sqrt{7}$ と計算してよいだろうか。	○ワークシートを配布する。 ○$\sqrt{2},\sqrt{5}$ はどんな数を表していたのかを確認する。 ○黒板に面積2と面積5の正方形をはり、$\sqrt{2},\sqrt{5}$ のイメージをつかませる。	・ワークシート ・面積2と面積5の正方形
◎本時のめあてを知る。 **◎課題9について考える。**	○めあてを確認する。 既習事項をもとに、最低2つの方法で説明できる。	
①電卓を使い近似値を求める考え $\sqrt{2}=1.414213562$,　$\sqrt{5}=2.236067977$ $\sqrt{2}+\sqrt{5}=3.650281539$ $\sqrt{7}=2.645751311$ よって $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$ にならない。	○電卓を配布し、近似値をだして考えればよいことに気づかせる。 ○近似値から $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$ にならないことに気づかせ、他の方法で説明するように指示する。	・電卓
②2乗する考え $\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2$ $=2+2\sqrt{10}+5$ $=7+2\sqrt{10}$ $\left(\sqrt{7}\right)^2=7$ よって $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$ にならない。	<つまずきへの対応> ・平方根の定義を振り返らせ、2乗して考えるように指示する。 ・$\sqrt{2}+\sqrt{5}$ を1辺とする正方形をかき、面積で考えさせる。 ○平方根の計算に乗法公式を適用するのは初めてなので、手順をていねいに説明する。	◇積極的に課題解決に取り組んでいるか。 【関】[ワークシートの記入・発表・観察]
③正方形の面積を用いた考え  $\sqrt{10}$ の2つ分大きい	○正方形の面積から黒色の部分（$2\sqrt{10}$）だけ大きいことを理解させる。 	
④反例をあげる考え （ア）　2＋3＝5を根号を使って表すと $\sqrt{4}+\sqrt{9}=\sqrt{25}$ $\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$　となり違う値になる よって成立しない。	○正の数aを根号を使って表すと $\sqrt{a^2}$ となることを確認する。 ○班になり解決方法を話し合わせ、互いに説明させる。	
（イ）方眼紙を用いて $\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{8}$ $\sqrt{4}$　にならない。 		◇$\sqrt{2}+\sqrt{5}$ $\neq\sqrt{7}$ の理由を考察することができたか。
⑤区間縮小法による考え $1<\sqrt{2}<2$,　$2<\sqrt{5}<3$ $2<\sqrt{7}<3$ $3<\sqrt{2}+\sqrt{5}<5$　で成り立たない。	○平方根のものさしを利用させる。	【考】[ワークシートの記入・発表・観察]

◎課題10を把握する。 【課題10】 **数直線上に$\sqrt{2}+\sqrt{5}$をとってみよう。**  **◎本時の授業のまとめ** **◎自己評価表を記入する。** **◎次時の課題を知る。**	○面積が$2cm^2$と$5cm^2$の正方形より、$\sqrt{2}$と$\sqrt{5}$をコンパスで計り、数直線上にその点を示させる。 ○$\sqrt{2}+\sqrt{5}$が１つの数を表していることに気付かせる。 ○感想・発見・質問等をしっかり書かせる。	・コンパス ・数直線 ・方眼模造紙

⑦　結果と考察

課題を提示し、まず$\sqrt{2}+\sqrt{5}$と$\sqrt{7}$の近似値を電卓を使って調べさせ、加法は乗法と同じ方法では計算できないことを全員で確かめた。乗法と同じ方法で計算できると考えていた子どもは、近似値が一致しないことが納得いかないようで、何度も電卓をたたいていた。

次に$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{2+5}=\sqrt{7}$でない理由を既習の内容を活用して説明するように指示した。子どもたちにとっては、教師が予想していた以上にこの課題が難しいようで、個人追究の場面では、約４分の１の生徒しか考えることができなかった。そこで、班（数学班：数学を得意とする生徒や苦手とする生徒の混合）で、「教える→理解する→班員全員が説明する」という方法で学習をすすめていった。10班のうち１班は全く手つかずで、教師側が③の正方形の面積を用いた考えをヒントとして与えた。また、あとの１班も途中でお手上げ状態のため支援が必要であった。

生徒が考えた説明は、②，③，④，⑤に加えて、$2\,cm^2$，$5\,cm^2$，$8\,cm^2$の正方形を方眼紙に書き、その１辺をコンパスで数値線上に表し、長さを比べることで、$\sqrt{2}+\sqrt{5}>\sqrt{8}$となることから、$\sqrt{2}+\sqrt{5}$は$\sqrt{7}$にならないことを示す５つの方法であった。ひとつの課題を説明するにも幾通りもの方法があり、子どもたちの間から、「すごい！分かりやすい。」などの声があがっていた。このように個、班、一斉授業と進めていく中で、より一層個の学びが高まっていった。

本時のように、生徒にとって少し難しい発展的な課題を提示することや「班全員が説明できるように」という条件をつけることは、学習意欲を喚起するとともに学びの活性化につながった。

子どもたち40人個々に教師が支援することは難しいが、班を利用することで、学習の進度やつまずき具合が把握しやすく支援も可能であった。また子どもたちの中でも班学習は定着しており、考えを交流する中で、自分の考えを確認したり、修正したり、深めたりすることができていた。今後は、班学習において、常に受動的な子どもをどう支援していくかが課題である。

〈数学レポート〉

～平方根のまとめ～

平方根について

平方根‥ある数xを2乗してaになる時xをaの平方根という（$x^2=a$）

〈例〉 $4 \xrightarrow{2乗(平方)} 16$　$-4 \xleftarrow{平方根} 16$

※正の数の平方根は正，負の2つあり，その絶対値は等しい→(例) $5^2=25$，$(-5)^2=25$ よって25の平方根は5と−5

※負の数の平方根はない→2乗して負の数になる数はないから

※0の平方根は0だけである

根号‥aが正の数のとき，aの平方根を記号√を使って，正の方を$\sqrt{a}$，負の方を$-\sqrt{a}$と表す．このとき，√を根号といい

$\sqrt{a}$を「ルートa」，$-\sqrt{a}$を「マイナスルートa」と読む

〈例〉 根号(ルート) $\sqrt{10} \xrightarrow{2乗(平方)} 10$　$-\sqrt{10} \xleftarrow{平方根} 10$

※0の平方根は$\sqrt{0}=0$

※3の平方根は$\sqrt{3}$と$-\sqrt{3}$の2つである(例)

※この2つをまとめて$\pm\sqrt{3}$と表すことがある 「プラスマイナスルート3」

知っ得知識!

$\sqrt{a^2}=a$・$-\sqrt{a^2}=-a$・$(-\sqrt{a})^2=a$・$(\sqrt{a})^2=a$

チャレンジ! [redacted]を分数で表そう(^3^)/

～小数で表される数の特徴～

(例) $\frac{1}{9}=0.1111\cdots=0.\dot{1}$

$\frac{2}{7}=0.\underbrace{285714}\underbrace{285714}\cdots=0.\dot{2}8571\dot{4}$

※数字の上の・はくり返される数やその範囲を表すために書く

循環小数‥ある位から先は同じ数字の並びがくり返される

(例) $0.\dot{2}\dot{1}$を分数で表す

$0.\dot{2}\dot{1}=0.212121\cdots$ だから，$0.\dot{2}\dot{1}=x$とすると，$x=0.212121\cdots$

だから $100x=21.212121\cdots$になる

これから
$$\begin{array}{rl} 100x = & 21.212121\cdots \\ -)\quad x = & 0.212121\cdots \\ \hline 99x = & 21 \end{array}$$

よって $x=\frac{\cancel{21}^{7}}{\cancel{99}_{33}}=\frac{7}{33}$　$\frac{7}{33}$

※このようにして循環小数でも分数で表すことができる!!

感想～発見したこと～

正方形の面積10cm²になるときの1辺の長さのように，存在していても，整数でも分数でも小数でも表せない数があってそんな数を√を使って表すのだと思った。でも，循環小数なら上の方法で分数に表すことができて，数学はおもしろいと思いました。

平方根の乗除と加減のそれぞれの計算方法も，始めは難しいと思っていたけど，よく考えてみると分かりました！

色んなレベルの計算にチャレンジしていきたいと思いました。

～平方根のおよその値の求め方～

√の中が100倍されると近似値は10倍される
（2ケタ移動）（1ケタ移動）

※2ケタずつ区切り，どちらの数を使うか考え，移動した分だけ小数点を動かそう!

(例) $\sqrt{14}=3.742$，$\sqrt{1.4}=1.183$とした時の次の値を求めよう

① $\sqrt{14000}$ (118.3)　② $\sqrt{0.014}$ (0.1183) 小数点の動く向きに注意!　③ $\sqrt{0.14}$ (0.3742)　④ $\sqrt{1400}$ (37.42)

※$\sqrt{0.70}$などの場合は0があると考える!

平方根の大小の比べ方

・正の数a，bでa<bならば$\sqrt{a}<\sqrt{b}$である

負の数の場合は$-a>-b$ならば$-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$である

考え方～$\sqrt{2}$と$\sqrt{5}$の大きさをくらべてみよう～

〈方法1〉

√をはずしたい→2乗(正方形の面積)

$(\sqrt{2})^2=2$　5>2より

$(\sqrt{5})^2=5$　$\sqrt{5}>\sqrt{2}$

〈方法2〉

正方形の一辺の長さで見比べる

5　2　$\sqrt{5}$　$\sqrt{2}$

$\sqrt{5}>\sqrt{2}$ (面積が大きければ一辺の長さも長くなる)

どちらも結局は同じ。電卓を使って近似値でも比べることができる

こんな時どうする？

3と−8の大小

答えはこれじゃないよ

$3=\sqrt{3^2}=\sqrt{9}$

$9>8$であるから $\sqrt{9}>\sqrt{8}$ ✕

よって 3>−8

−7と$-\sqrt{48}$の大小

符号を忘れないよう注意!

$-7=-\sqrt{7^2}=-\sqrt{49}$ マイナスの符号はそのまま注意!

$-49<-48$であるから $-\sqrt{49}<-\sqrt{48}$

よって $-7<-\sqrt{48}$

平方根の計算

平方根の乗除

a，bは正の数の時 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}=\sqrt{ab}$

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\frac{b}{a}}$

乗除と加減の計算方法の違いに注意色んな計算をマスターしよう

考え方～$\sqrt{2}\times\sqrt{5}$の値は$\sqrt{10}$になるだろうか～

$(\sqrt{2}\times\sqrt{5})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{5})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{5})$

$=\boxed{\sqrt{2}}\times\sqrt{5}\times\boxed{\sqrt{2}}\times\sqrt{5}$

$=2\times5$

$=10$

$\sqrt{10} \xrightarrow{2乗} 10$　$\sqrt{10} \xleftarrow{平方根} 10$

よって $\sqrt{2}\times\sqrt{5}=$1(

※(近似値で比べる方法など他にもある)

～根号を含む数の変形～

$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

(例) $2\sqrt{2}=2\times\sqrt{2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=\sqrt{8}$

$\sqrt{a}\to b\sqrt{c}$ 素因数分解をして2乗の因数を根号の前へ整数として出す.

(例) $\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=\sqrt{3\times10^2}=10\sqrt{3}$

分母に根号をふくまない形に

(例) $\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{2\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$ 分母・分子両方にかける(同じ数)

$=\frac{3\times\sqrt{6}}{2\times6}$

整数どうしの約分忘れない $=\frac{\cancel{3}\sqrt{6}}{\cancel{12}_{4}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

平方根の加減

$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$

・根号の中どうしはたすことができない

・$\sqrt{a}+\sqrt{b}$はこれ以上に簡単にできないが存在する

こんな計算はどうする？

$3\sqrt{2}+4\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}=3\times\sqrt{2}$，$4\sqrt{2}=4\times\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ $\boxed{3\sqrt{2}}$ $\boxed{4\sqrt{2}}$ 3 4

よって $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=(3+4)\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

$a\sqrt{b}+c\sqrt{b}=(a+c)\sqrt{b}$

分配法則が使える

考え方～$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$と計算してよいか？～

〈方法1〉

$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$になるなら $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2=7$が成り立つはず!

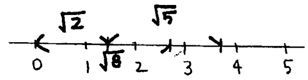
$(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$

$=2+2\sqrt{10}+5$

$=7+2\sqrt{10}$

あきらかに7にならないので $\sqrt{2}+\sqrt{5}\neq\sqrt{7}$ ※(他にも考え方はある)

〈方法2〉数直線を使って考える



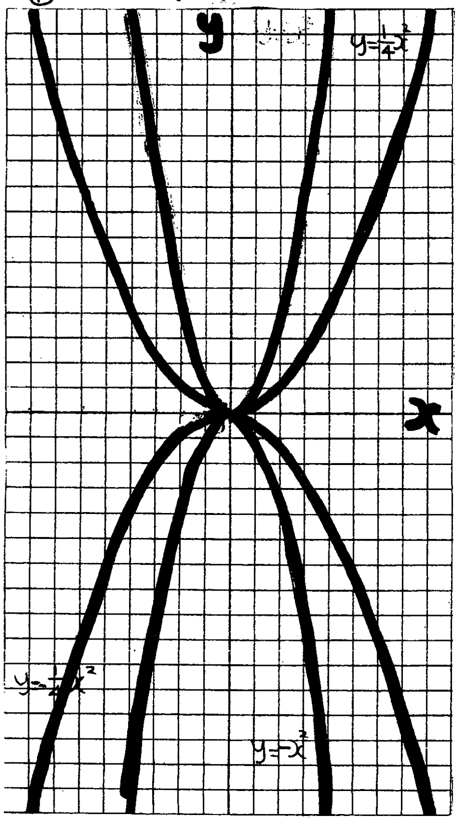
$\sqrt{2}+\sqrt{5}$の方が$\sqrt{8}$よりも大きい

よって $\sqrt{2}+\sqrt{5}\neq\sqrt{7}$

〈数学レポート〉

2乗に比例する関数 ①

① $y=ax^2$の特徴



共通なコト	
原点をとおっている	
曲線である ⇒ 放物線	
y軸で対しょう	
a(比例定数)の絶対値が大きいほどせまく	
〃 小さいほどひろく	
a>0のとき	a<0のとき
x軸より上にグラフができる	x軸より下にグラフができる
yの最小値が0になる	yの最大値が0になる

☆ 上のグラフをy軸でおってみてください
4つ全てが重なりあうはずです!!

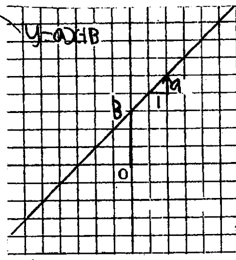
☆ a(比例定数)の絶対値が同じ正と負の2つのグラフはx軸で対しょう

☆ 上のグラフをx軸でおってみて下さい
$y=x^2$と$y=-x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$と$y=-\frac{1}{4}x^2$が重なりあうはずです!!

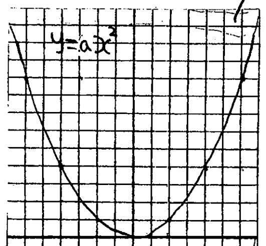
感想

はじめは、今までのグラフのように直線じゃなくて、変化の割合が一定じゃないとかきいてややこしくて、むずかしいと思って2次関数がキライでした。でも今回、特徴を理解してグラフもかいたら、授業で、習ったことが、よくわかりました。発展もむずかしかったけど、グラフと式から考えたら、わかってよかったです。次は、交点の求め方や、面積についてがわかるよう勉強したいと思います。

② $y=ax+b$と$y=ax^2$の違い

① 

グラフの形
切片(0,B)を通る直線
変化の割合
比例定数に一定

② 

グラフの形
x軸に対しょうな放物線
変化の割合
一定でない

グララから式をよみとろう!!

(0,3)をとおっているので切片は3
$y=ax+3$に(1,4)を代入
$4=a+3$　$a=1$
答 $y=x+3$

$y=ax^2$に(2,1)を代入
$1=4a$　$a=\frac{1}{4}$
答 $y=\frac{1}{4}x^2$

[redacted]

例 ②のグラフから考える
xが2→4のとき

$$\begin{array}{c|c} x & 2\to 4 \\ \hline y & 1\to 4 \end{array}$$

$\boxed{変化の割合=\frac{yの増加量}{xの増加量}}$だから

$\frac{4-1}{4-2}=\frac{3}{2}$　答 $\frac{3}{2}$

$y=ax^2$でxがb→cになるときの変化の割合を $a(b+c)$ でとけます 因数分解

なぜかというと

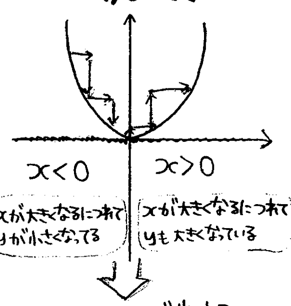
$$\begin{array}{c|c} x & b\to c \\ \hline y & ab^2\to ac^2 \end{array}$$ よって

$\frac{ac^2-ab^2}{c-b}=\frac{a(c+b)(c-b)}{c-b}=a(c+b)$

これを使うと…
$\frac{1}{4}(2+4)=\frac{1}{4}\times6=\frac{3}{2}$
答 $\frac{3}{2}$になる

早くとけてベンリだネ!

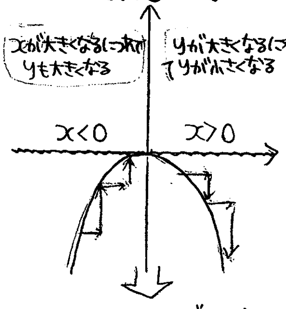
a>0のとき



・x<0でyは減少する
・x>0でyは増加する

「xとyの増えかた」

a<0のとき

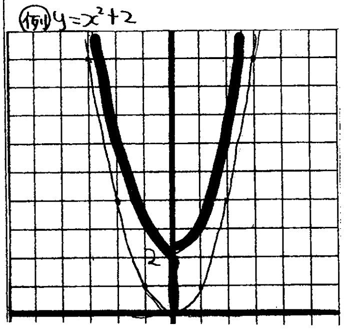


・x<0でyは増加する
・x>0でyは減少する

発展

① $y=ax^2+b$は$y=ax^2$をy軸にそってb分だけ移動している

例 $y=x^2+2$



② $y=x^2-2ax+b^2$はx軸にそって因数分解ででたxの分だけ移動する 因数分解すると

例 $y=x^2-6x+9$ → $y=(x-3)^2$　$x=3$だから